
Реализация конечных элементов с узлами на сторонах в ПК ЛИРА 10.4

Евзеров И.Д.

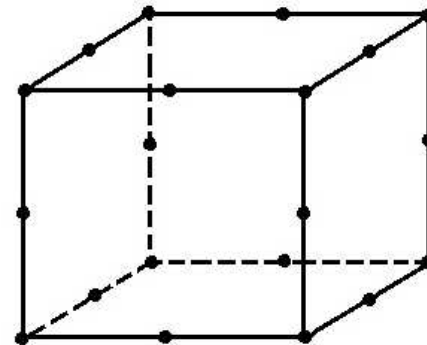
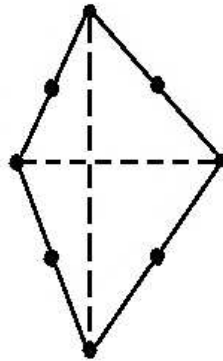
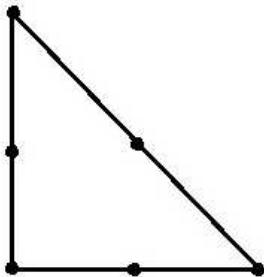
д.т.н., науч. руководитель проекта ЛИРА 10

Колесников А.В.

технический директор «ЛИРА софт»

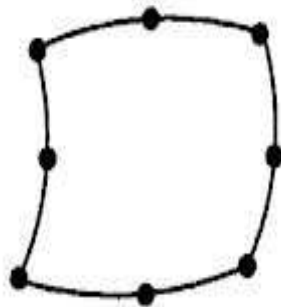
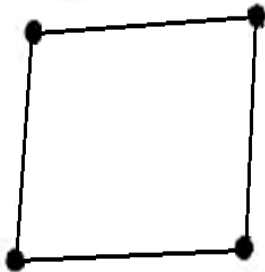
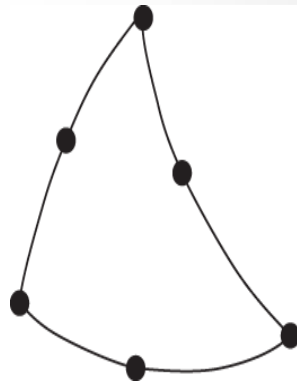
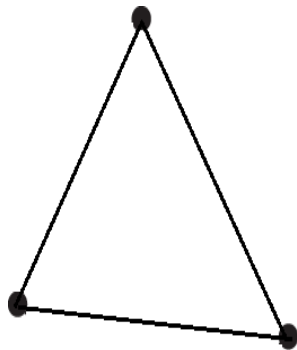
Конечные элементы с узлами на серединах сторон

- Пластины: треугольник, четырехугольник.
- Объемные элементы: тетраэдр, треугольная и четырехугольная призмы.



Реализованы в версии ПК ЛИРА 10.4 R1

конечные элементы с узлами на серединах сторон



Перед запуском на расчет пользователь может
выбрать КЭ с доп. узлами

Параметры расчета

Основные

Тип расчет **Полный**

Оптимизация Автоматически выби

Точность разложения матрицы жесткости 1e-7

Точность решения динамической задачи 1e-5

Использовать многопроцессорный расчет

Использовать 6 степеней свободы в КЭ оболочки

Использовать конечные элементы с дополнительными узлами

При успешном расчете выполнять расчет конструкций

Запустить расчет

Переходить в результаты после успешного расчета

Конечные элементы с узлами на серединах сторон

Конечные элементы линейной статической задачи [1, 2, 3]

порядок производных m ;

область Ω , занимаемую конечным элементом, и его узлы X_l ;

множество узловых неизвестных;

множество H_μ линейных комбинаций базисных функций μ_k или их явный вид.

Обозначим $P_r(\Omega)$ - множество многочленов степени не выше r на Ω ;

$Q_r(\Omega)$ - множество произведений многочленов степени не выше r по каждой переменной,

Базисные функции:

Треугольник [4]:

$$H_\mu = P_1(\Omega), \tau = 1.$$

Базисные функции
на Ω_0 имеют вид

$$\mu_1 = 1 - s_1 - s_2,$$

$$\mu_2 = s_1, \mu_3 = s_2.$$

Треугольник с узлами в серединах сторон [3]:

$H_\mu = P_2(\Omega)$, $\tau = 2$. Базисные функции на Ω_0 имеют вид

$$\mu_1 = 1 - 3s_1 - 3s_2 + 2s_1^2 + 4s_1s_2 + 2s_2^2,$$

$$\mu_2 = -s_1 + 2s_1^2, \mu_3 = -s_2 + 2s_2^2,$$

$$\mu_4 = 4s_1s_2, \mu_5 = 4s_2 - 4s_1s_2 - 4s_2^2, \mu_6 = 4s_1 - 4s_1s_2 - 4s_1^2.$$

1. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач. - М.: Мир, 1980. - 512 с.

2. Карпиловский В.С. Четырехугольный восьмиузловой конечный элемент плиты // Строительная механика и расчет сооружений, 1990. — С. 13-17.

3. Евзеров И.Д. Неконформные конечные элементы для нелинейных уравнений с монотонными операторами// Численные методы механики сплошной среды. - 1985. - Т.16. - №5. - С. 49-56.

4. Courant R. Variable methods for the solution of problem of equilibrium and vibration. - Bull. Amer. Math. Soc., 1943, №1.

Конечные элементы с узлами на серединах сторон

Базисные функции двумерных элементов изгиба ($m=2$):

Треугольник [1]:

Базисные функции удовлетворяют условиям: $H_\mu \supset P_2(\Omega)$, $s_u = 3$, $s_n = 2$, $\tau = 2$.

Конформные функции λ_k , удовлетворяющие (2.28), строятся из (2.32), (2.30) и (2.33), $t = 1$.

Базисные функции на Ω_0 имеют вид

$$\begin{aligned}\mu_i &= \mu_i^0 + c_{ij}\varphi_j, \text{ где } \mu_1^0 = 1 - 3s_1^2 - 3s_2^2 + 2s_1^3 + 2s_2^3, \quad \mu_2^0 = s_2 - 2s_2^2 - s_1^2s_2 + s_1^3, \\ \mu_3^0 &= -s_1 + 2s_1^2 - s_1^3 + s_1s_2^2, \quad \mu_4^0 = 3s_1^2 - 2s_1^3, \quad \mu_5^0 = s_1^2s_2, \quad \mu_6^0 = s_1^2 - s_1^3, \quad \mu_7^0 = 3s_2^2 - 2s_2^3, \\ \mu_8^0 &= s_2^2 - s_2^3, \quad \mu_9^0 = s_1s_2^2, \quad \varphi_1 = s_1s_2(1 - s_1 - s_2), \quad \varphi_2 = s_1^2s_2(1 - s_1 - s_2), \quad \varphi_3 = s_1s_2^2(1 - s_1 - s_2), \\ c_{11} &= 6, \quad c_{12} = 12, \quad c_{13} = 12, \quad c_{21} = 1, \quad c_{22} = -4, \quad c_{23} = -2, \quad c_{31} = -1, \quad c_{32} = 2, \quad c_{33} = 4, \\ c_{41} &= -3, \quad c_{42} = 6, \quad c_{43} = 6, \quad c_{51} = -1/2, \quad c_{52} = 1, \quad c_{53} = -1, \quad c_{61} = -3/2, \quad c_{62} = 3, \quad c_{63} = 3, \\ c_{71} &= -3, \quad c_{72} = 6, \quad c_{73} = 6, \quad c_{81} = 3/2, \quad c_{82} = -3, \quad c_{83} = -3, \quad c_{91} = -1/2, \quad c_{92} = 1/2, \quad c_{93} = -1/2.\end{aligned}$$

Треугольник с узлами в серединах сторон [2]:

$P_4(\Omega) \subset H_\mu \subset P_5(\Omega)$, $s_u = 5$, $s_n = 3$, $\tau = 2$. Конформные функции λ_k , удовлетворяющие (2.28), строятся из (2.32), (2.30), $t = 1$.

1. **Евзеров И.Д.** Неконформные конечные элементы для нелинейных уравнений с монотонными операторами// Численные методы механики сплошной среды. –1985. – Т.16. - №5. - С. 49-56.
2. **Карпиловский В.С.** Методы конструирования конечных элементов. – Киев, 1980.-50 с. - Деп. УкрНИИТИ 23.06.80, № 2153.

Конечные элементы с узлами на серединах сторон

Четырехугольник:

Базисные функции удовлетворяют условиям: $\mu_k \in P_3(\Omega_q)$, $\mu_k \in C^1(\Omega)$, $H_\mu \supset P_2(\Omega)$, $\tau = 1$.

Конформные функции λ_k , удовлетворяющие (2.28), строятся из (2.32), (2.30) и (2.33), $t = 1$.

Четырехугольник с узлами в серединах сторон [2]:

Базисные функции удовлетворяют условиям: $\mu_k \in P_5(\Omega_q)$, $\mu_k \in C^2(\Omega)$, $H_\mu \supset P_3(\Omega)$, $\tau = 2$.

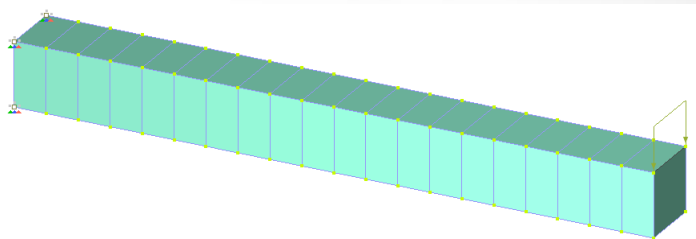
Конформные функции λ_k , удовлетворяющие (2.28), строятся из (2.32), (2.30) и (2.33), $t = 1$.

Вычисление базисных функций четырехугольников и двумерных элементов изгиба сводится к решению систем линейных уравнений, которое выполняется программно.

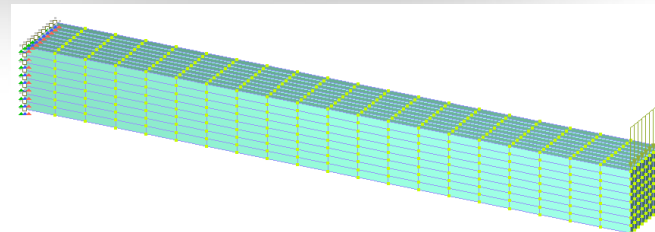
1. **Евзеров И.Д.** Неконформные конечные элементы для нелинейных уравнений с монотонными операторами // Численные методы механики сплошной среды. –1985. – Т.16. - №5. - С. 49-56.
2. **Карпиловский В.С.** Треугольный шести узловой элемент плиты // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. -Новосибирск, 1989, №4.-стр.35-39.

КЭ с узлами на сторонах

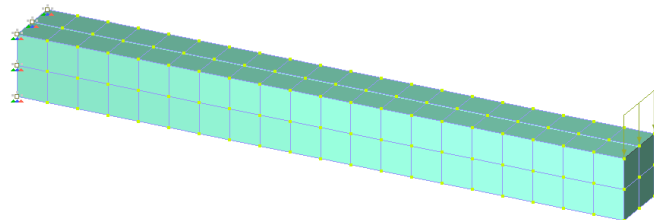
Задача №1 (разбивка 1x1x20)



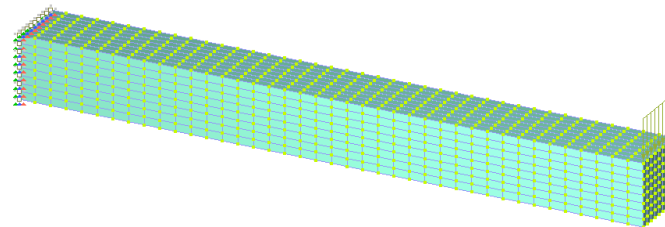
Задача №4 (разбивка 8x8x20)



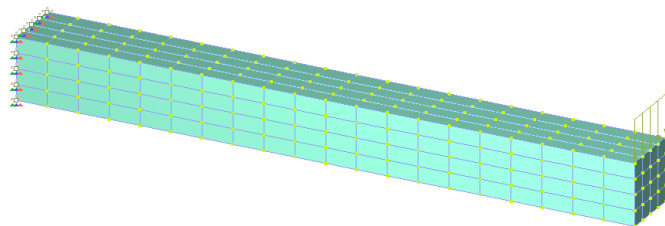
Задача №2 (разбивка 2x2x20)



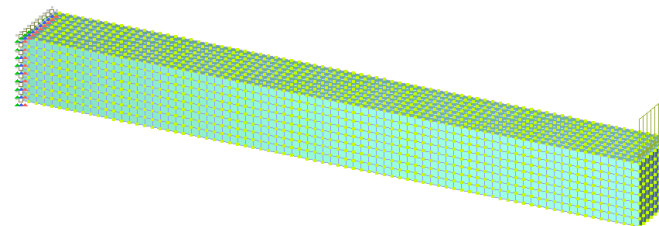
Задача №5 (разбивка 8x8x40)



Задача №3 (разбивка 4x4x20)



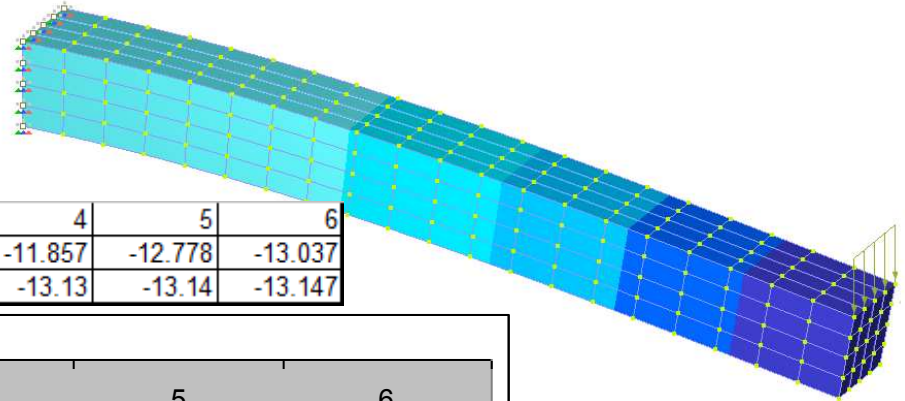
Задача №6 (разбивка 8x8x80)



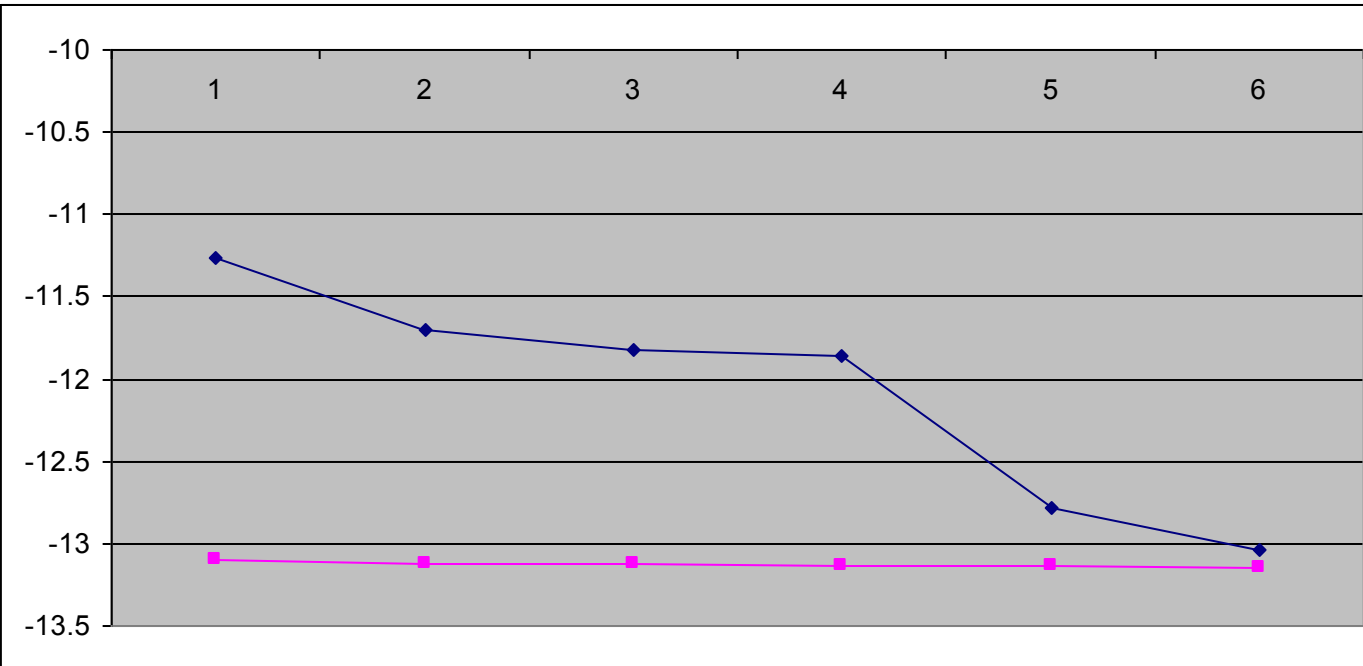
КЭ с узлами на сторонах



1... Статическое нагружение
min=-13.13 (512); max=0 (1)

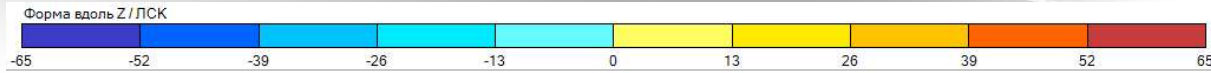


Перемещение (мм)		1	2	3	4	5	6
традиционные элементы		-11.268	-11.7	-11.824	-11.857	-12.778	-13.037
высокоточные элементы		-13.095	-13.121	-13.128	-13.13	-13.14	-13.147

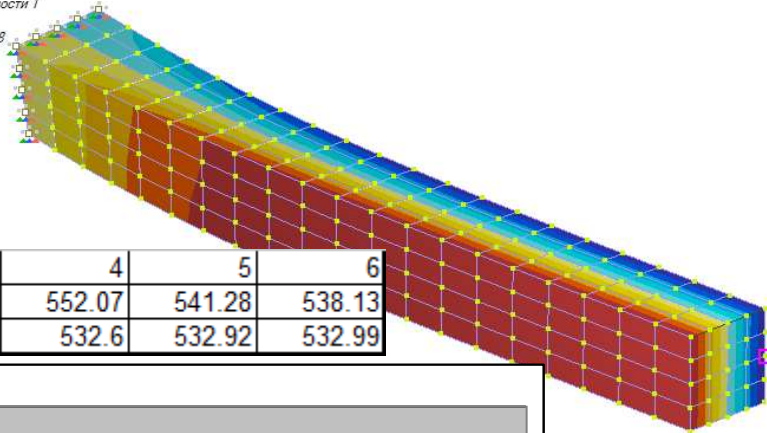


Задача статики

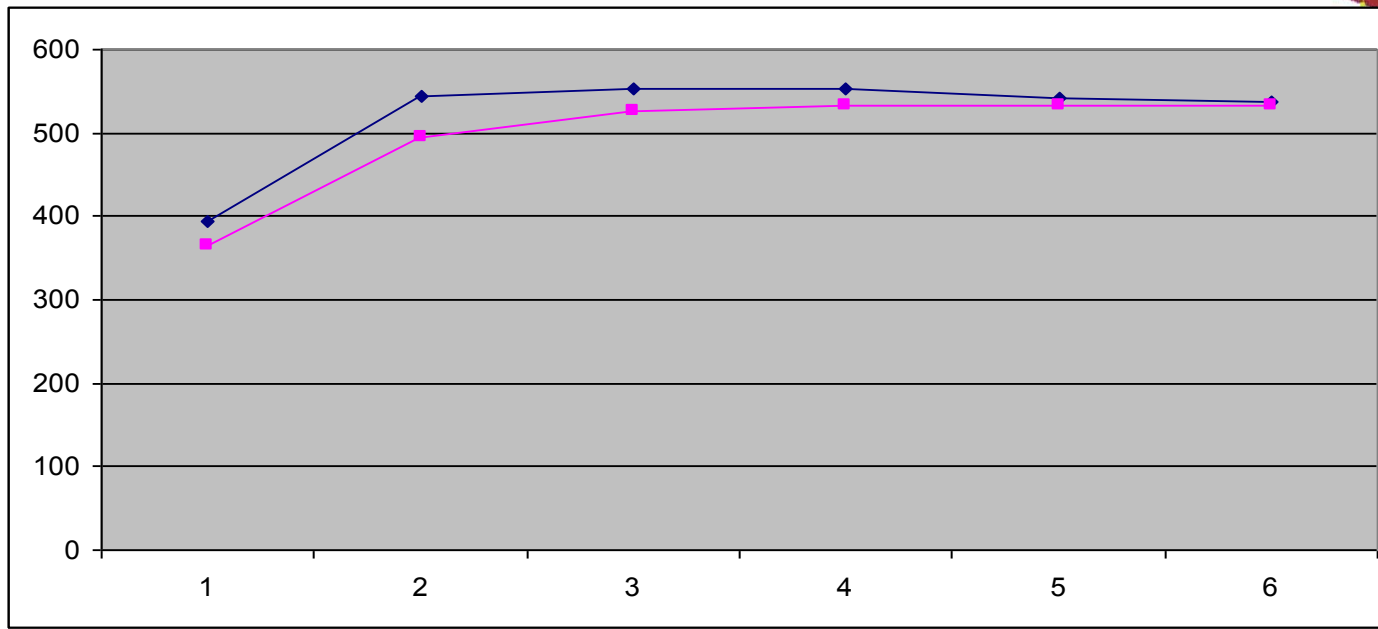
КЭ с узлами на сторонах



2.1. Форма потери устойчивости 1
min=-65 (323); max=65 (315)
Коэффициент запаса: 526.08



Коэф. Запаса		1	2	3	4	5	6
традиционные элементы		393.06	543.48	553.22	552.07	541.28	538.13
высокоточные элементы		364.47	494.26	526.08	532.6	532.92	532.99



КЭ с узлами на сторонах

Форма вдоль Z / ЛСК

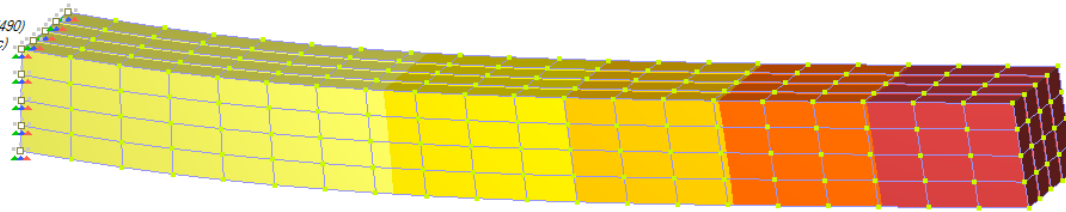


3.1. Форма 1

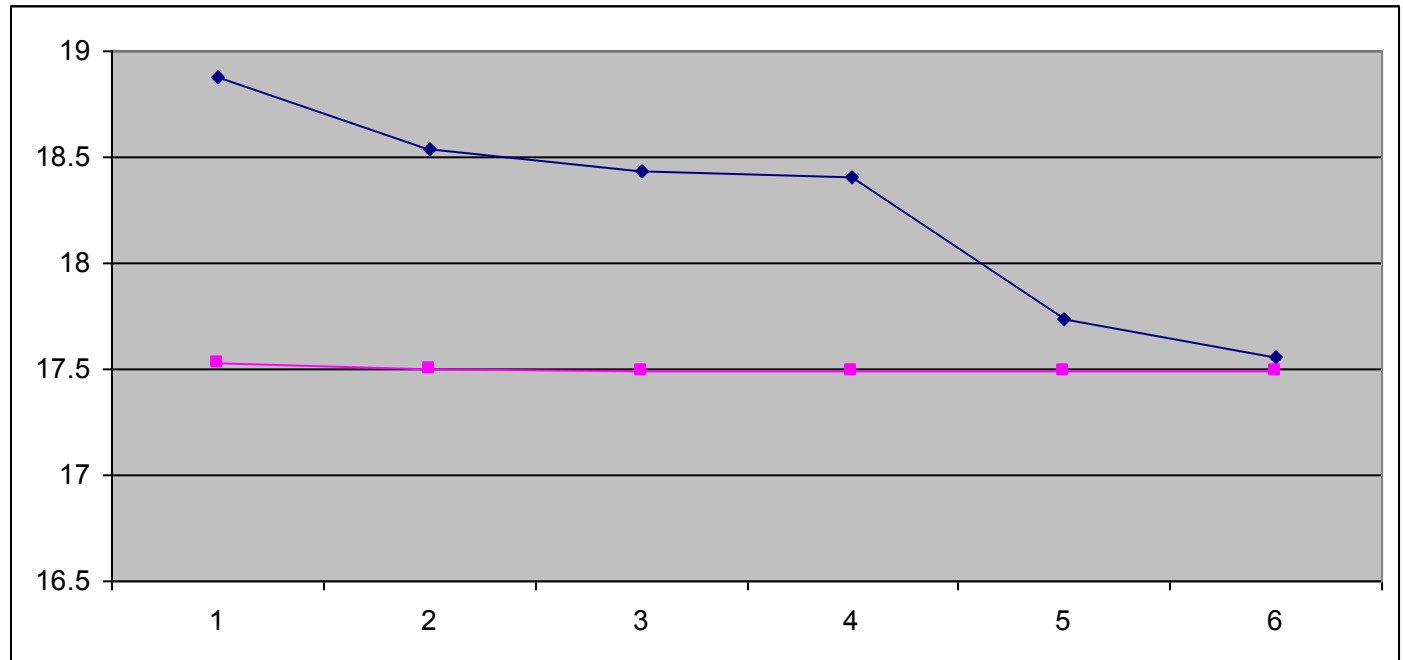
Массы собраны из: 2

тип=0 (1); max=1000 (490)

Частота: 17.498 (Рад/с)



Частота (рад/с)		1	2	3	4	5	6
традиционные элементы		18.876	18.534	18.435	18.41	17.733	17.558
высокоточные элементы		17.527	17.504	17.495	17.495	17.491	17.49



Задача динамики

КЭ с узлами на сторонах

<< Параметры расчета

Основные

Тип расчет: Полный

Оптимизация: Автоматически выби

Точность разложения матрицы жесткости: $1e-7$

Точность решения динамической задачи: $1e-5$

Использовать многопроцессорный расчет

Использовать 6 степеней свободы в КЭ оболочки

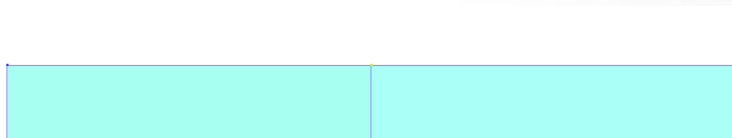
Использовать конечные элементы с дополнительными узлами

При успешном расчете выполнять расчет конструкций

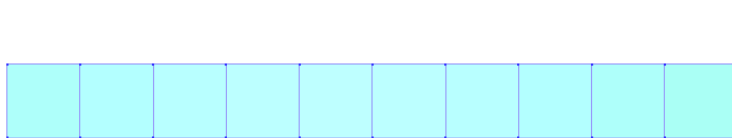
Запустить расчет

Переходить в результаты после успешного расчета

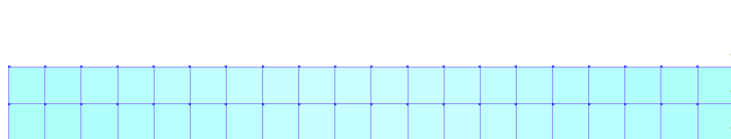
Задача №1 (разбивка 1x2)



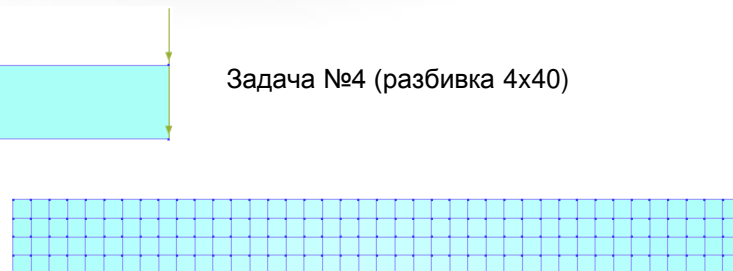
Задача №2 (разбивка 1x10)



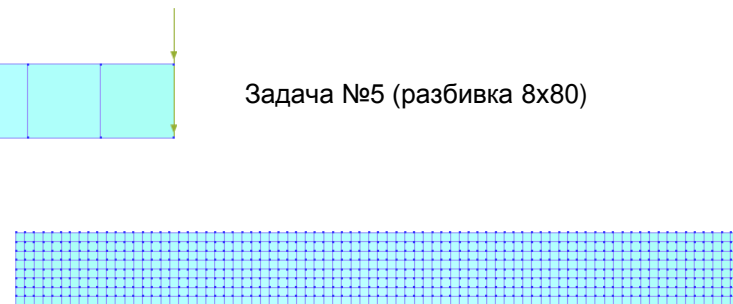
Задача №3 (разбивка 2x20)



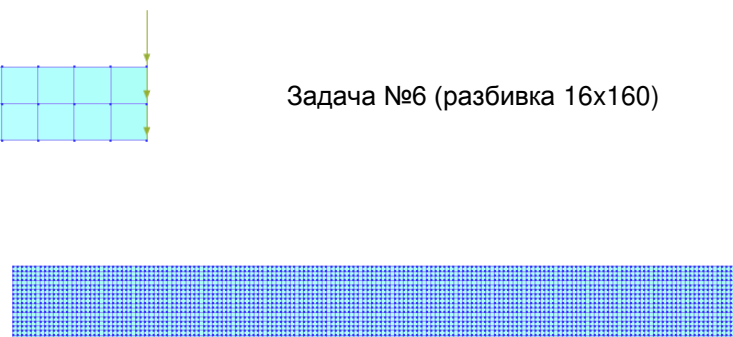
Задача №4 (разбивка 4x40)



Задача №5 (разбивка 8x80)

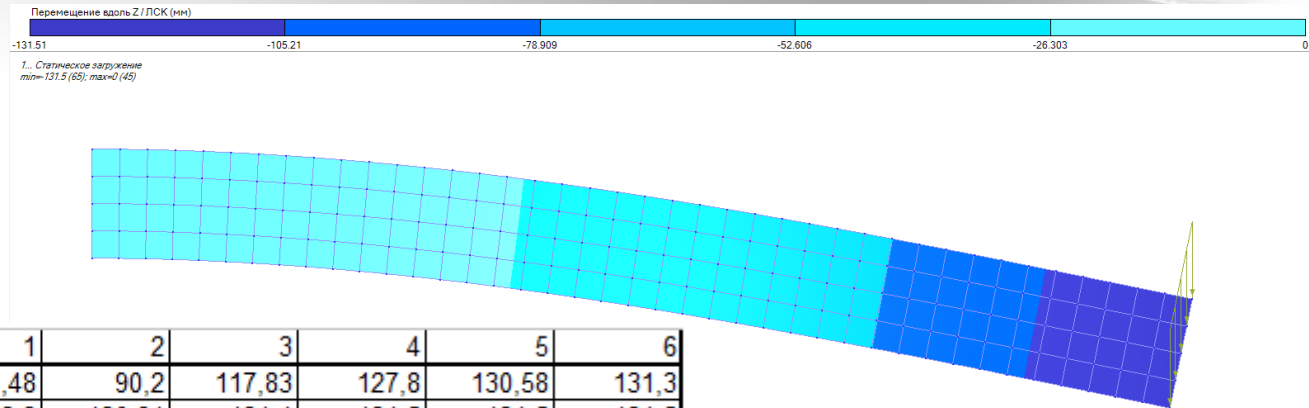


Задача №6 (разбивка 16x160)

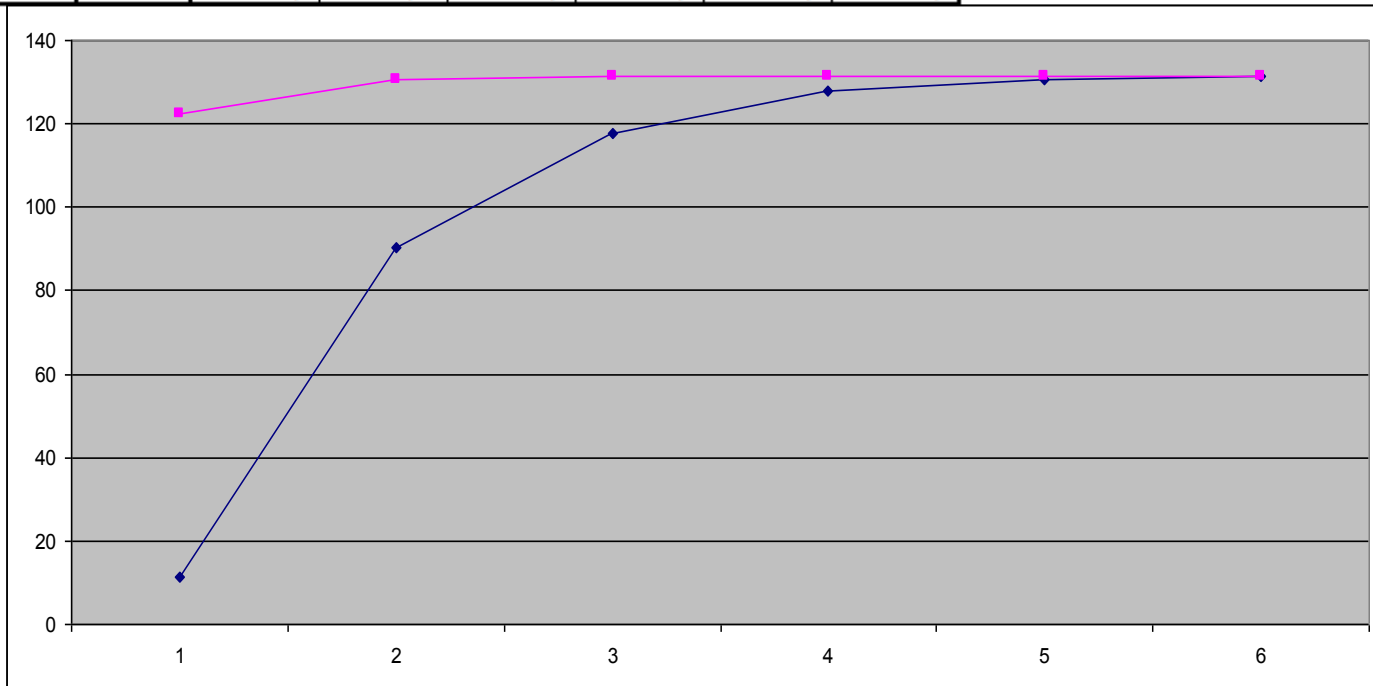


Использование элементов с узлами на ребрах

КЭ с узлами на сторонах



перемещение (мм)	1	2	3	4	5	6
традиционные элементы	11,48	90,2	117,83	127,8	130,58	131,3
высокоточные элементы	122,3	130,81	131,4	131,5	131,5	131,5

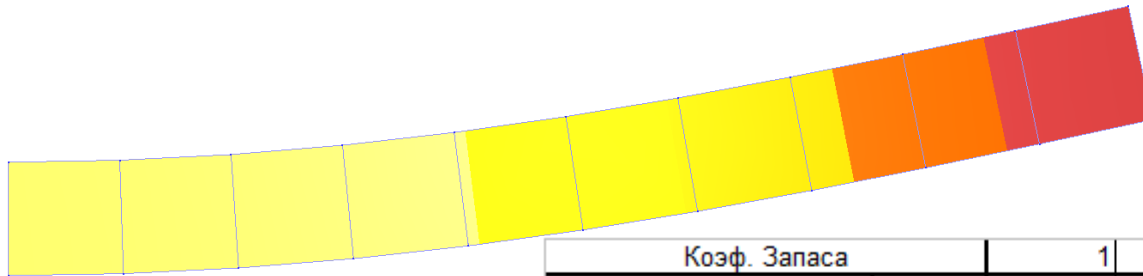




Задача статики

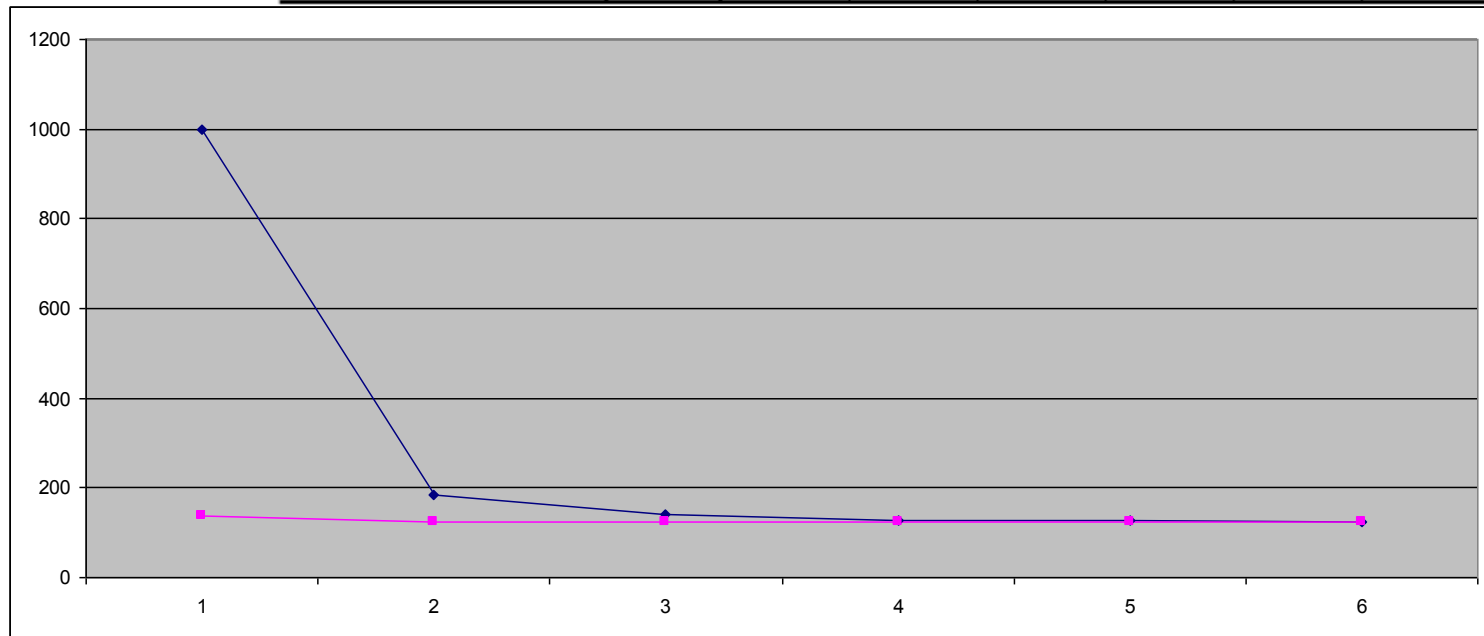
КЭ с узлами на сторонах



2.5. Форма потери устойчивости 5
 $\mu_{l=0}$ (1); $\mu_{ax}=1000$ (21)
 Коэффициент запаса: 125.69



Коеф. Запаса		1	2	3	4	5	6
традиционные элементы		1000	182,943	139,765	128,85	126,102	125,409
высокоточные элементы		135,762	125,693	125,27	125,201	125,184	125,178

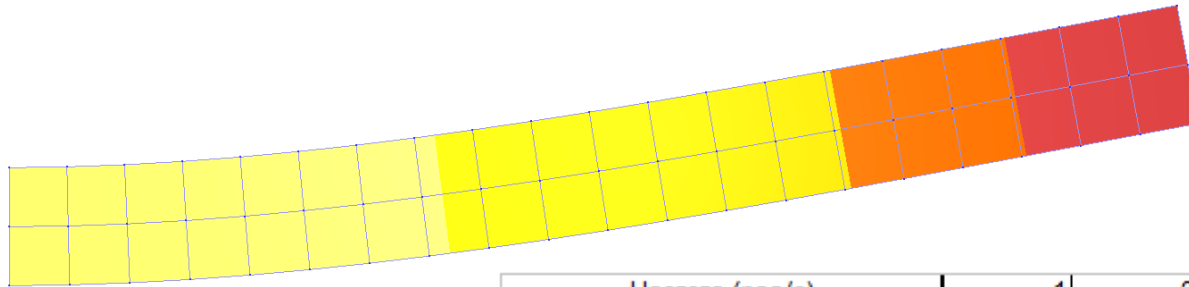




Задача устойчивости

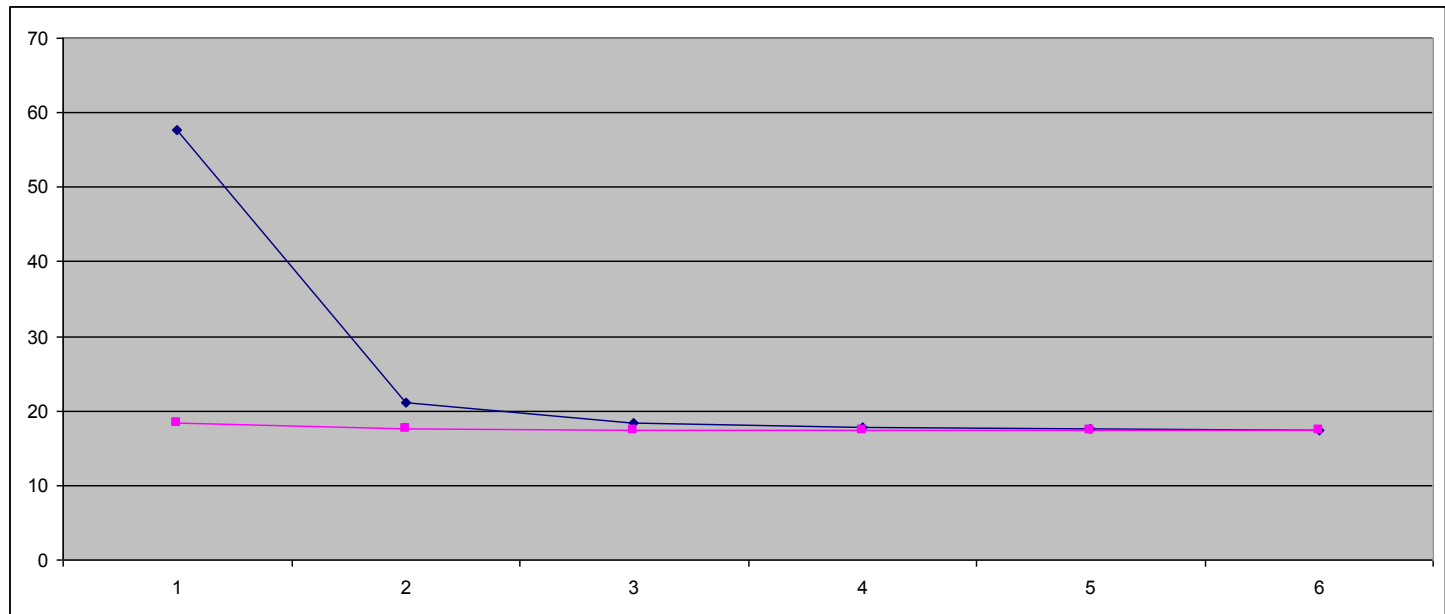
КЭ с узлами на сторонах

Форма вдоль Z / ЛСК

2.4 Форма 4
Массы собраны из: плотность
 $\rho=0$ (23); $\mu=1000$ (43)
Частота: 17.476 (Rad/s)



Частота (рад/с)		1	2	3	4	5	6
традиционные элементы		57,684	21,076	18,454	17,719	17,528	17,479
высокоточные элементы		18,42	17,532	17,476	17,466	17,463	17,462



Задача динамики

РАЗДЕЛ 7 ПАТОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ. ВЕРИФИКАЦИЯ ПК ЛИРА.

ТЕСТ 7.1 ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ КОНСОЛЬНАЯ БАЛКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НА СВОБОДНОМ ТОРЦЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ И КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

Исходные данные:

$L=6$ м; $b=0.1$ м; $h=0.2$ м;

Характеристики материала:

$E=1 \times 10^7$ кПа, $\mu=0.3$;

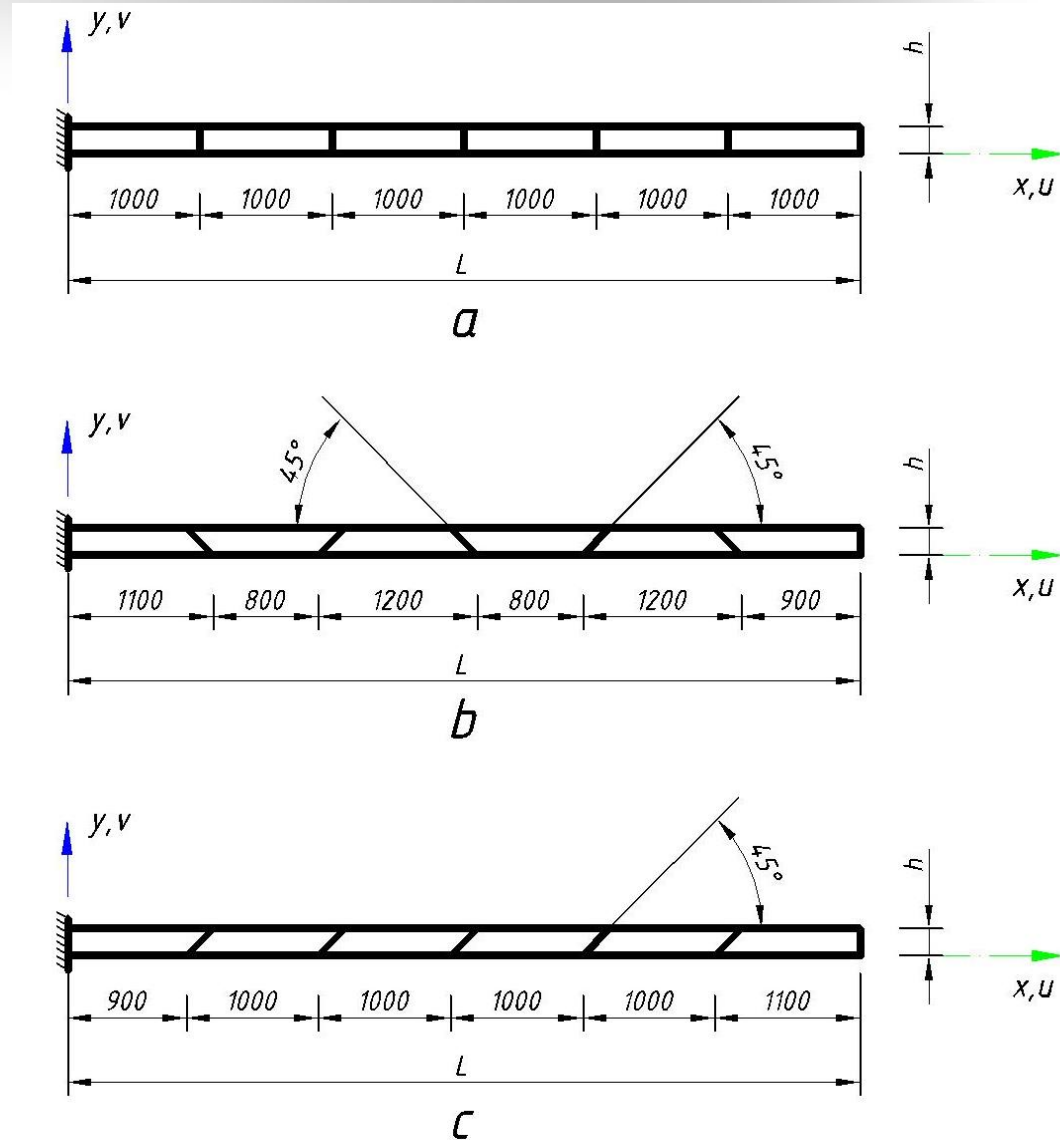
Граничные условия:

Узлы заделки: $\omega = u = v = \theta_z = \theta_x = \theta_y = 0$.

Нагрузка:

$P_x=1000$ Н ; $P_y=1000$ Н ; $M_x=1000$ Н·м ;

Источник: R. H. Macneal, R. L. Harder, A proposed standard set of problems to test finite element accuracy, North-Holland, Finite elements in analysis and design, 1, 1985, p. 3-20.



ТЕСТ 7.1

Описание задачи:

Модель 1a, 1b, 1c: Система моделировалась четырёх узловыми конечными элементами типа КЭ 44, количество узлов – 14, количество элементов – 6;

*Модель 2a, 2b, 2c: Система моделировалась четырёх узловыми конечными элементами с узлами на сторонах типа КЭ 44, количество узлов – 14, количество элементов – 6;

Модель 3a, 3b, 3c: Система моделировалась трёх узловыми конечными элементами типа КЭ 42, количество узлов – 14, количество элементов – 12;

*Модель 4a, 4b, 4c: Система моделировалась трёх узловыми конечными элементами с узлами на сторонах типа КЭ 42, количество узлов – 14, количество элементов – 12;

Модель 5a, 5b, 5c: Система моделировалась объёмными восьми узловыми конечными элементами типа КЭ 36, количество узлов – 28, количество элементов – 6;

*Модель 6a, 6b, 6c: Система моделировалась объёмными восьми узловыми конечными элементами с узлами на сторонах типа КЭ 36, количество узлов – 28, количество элементов – 6;

Модель 7a, 7b, 7c: Система моделировалась объёмными шести узловыми конечными элементами типа КЭ 34, количество узлов – 28, количество элементов – 12;

*Модель 8a, 8b, 8c: Система моделировалась объёмными шести узловыми конечными элементами с узлами на сторонах типа КЭ 34, количество узлов – 28, количество элементов – 12;

* Использование КЭ с узлами на сторонах

ТЕСТ 7.1

Модель	Вид нагрузки	Искомая величина	Теория	Результаты расчёта Лира 10.4			Отклонение, %		
				модель а	модель b	модель с	а	б	с
1	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	2.9863	2.9871	2.9871	0.46	0.43	0.43
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.010088	0.002898	0.003685	90.66	97.32	96.59
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.426230	-0.425420	-0.425465	1.34	1.52	1.51
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.02340^	0.022733	0.020509	0.020563	2.85	12.35	12.12
2*	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	3.0046	3.0049	3.0049	0.15	0.16	0.16
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.10579	0.10302	0.10414	2.05	4.61	3.57
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.42761	-0.4278	-0.4278	1.02	0.97	0.97
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.02340^	0.022813	0.022746	0.022749	2.5	2.79	2.79
3	P_x	$u, 10^{-5} \text{ м})$	3	2.9768	2.9744	2.9791	0.77	0.85	0.70
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.003418	0.001615	0.002404	96.84	98.5	97.77
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.421265	-0.42107	-0.42172	2.49	2.62	2.38
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.02340^	0.018560	0.018771	0.019384	20.68	19.78	17.16
4*	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	3.0093	3.0071	3.0118	0.31	0.24	0.39
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.10627	0.10388	0.1049	1.6	3.81	2.87
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.426575	-0.426035	-0.42695	1.26	1.38	1.17
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.02340^	0.023023	0.022994	0.02305	1.61	1.74	1.5

* Использование КЭ с узлами на сторонах

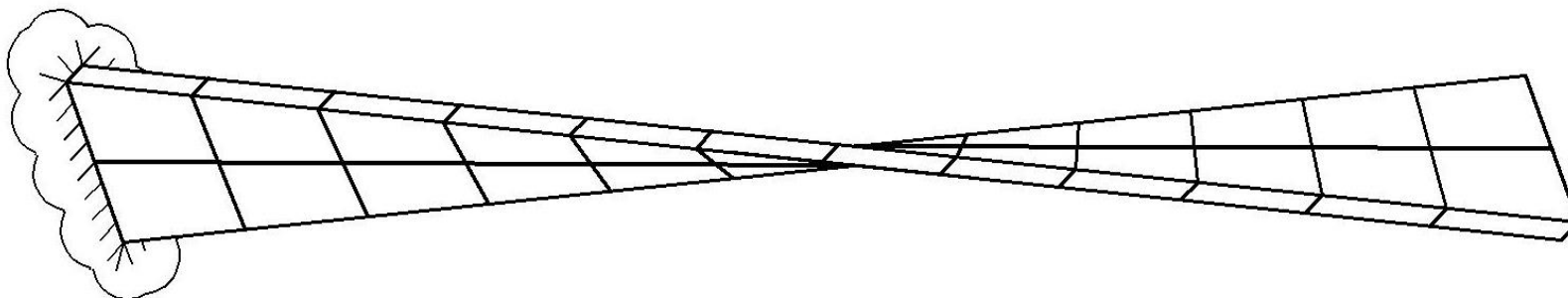
ТЕСТ 7.1

Модель	Вид нагрузки	Искомая величина	Теория	Результаты расчёта Лира 10.4			Отклонение, %		
				модель а	модель b	модель с	а	б	с
5	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	2.9568	2.9576	2.9575	1.44	1.41	1.42
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.01043	0.002764	0.003409	90.34	97.44	96.84
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.010882	-0.004516	-0.006154	97.48	98.95	98.58
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.034109	0.02682	0.01617	0.01103	21.37	52.59	67.66
6*	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	3.0017	3.0023	3.0024	0.057	0.077	0.08
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.10488	0.095738	0.10453	2.89	11.35	3.21
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.41511	-0.39735	-0.40671	3.91	8.02	5.85
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.034109	0.029017	0.029013	0.02901	14.93	14.94	14.95
7	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	2.9497	2.9501	2.94845	1.68	1.66	1.72
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.003362	0.001616	0.002129	96.89	98.50	98.03
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.01106	-0.00511	-0.00590	97.44	98.82	98.63
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.034109	0.002479	0.004106	0.006401	92.73	87.96	81.23
8*	P_x	$u, (10^{-5} \text{ м})$	3	3.0032	3.0002	3.0077	0.11	0.01	0.26
	P_y	$v, \text{ м}$	0.1080	0.10467	0.10241	0.10315	3.08	5.18	4.49
	P_z	$\omega, \text{ м}$	-0.4320	-0.4149	-0.41013	-0.40987	3.96	5.06	5.12
	M_x	$\theta_x, \text{ рад}$	0.034109	0.028970	0.029018	0.028964	15.07	14.93	15.08

* Использование КЭ с узлами на сторонах

РАЗДЕЛ 7 ПАТОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ. ВЕРИФИКАЦИЯ ПК ЛИРА.

ТЕСТ 7.7 СКРУЧЕННАЯ КОНСОЛЬНАЯ БАЛКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НА СВОБОДНОМ ТОРЦЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ



Исходные данные:

$L=12.0$ м, $b=1.1$ м, $t=0.32$ м; $\alpha=\pi/2$ – угол скручивания продольной оси балки;

Характеристики материала:

$E=2.9 \times 10^7$ кПа, $\mu=0.22$;

Граничные условия:

Все узлы заделки: $\omega = u = v = \theta_z = \theta_x = \theta_y = 0$.

Нагрузка:

$P_y=1$ кН, $P_z=1$ кН;

Описание задачи:

Модель 1(2*): Система моделировалась трёх узловыми конечными элементами типа КЭ 42

Модель 3 (4*): Система моделировалась трёх узловыми конечными элементами типа КЭ 46,

Модель 5 (6*): Система моделировалась объёмными четырёх узловыми конечными элементами типа КЭ 32

Источник: R. H. Macneal, R. L. Harder, A proposed standard set of problems to test finite element accuracy, North-Holland, Finite elements in analysis and design, 1, 1985, p. 3-20.

Тест 7.7

Модель	Нагрузка	Искомая величина	Теория	Результаты расчёта Лира 10.4	Отклонение, %
1	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.0014639	16.54
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.0053137	2.03
2*	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.0017499	0.23
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.0053882	0.66
3	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.0015579	12.59
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.0056613	4.19
4*	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.0019523	11.31
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.0061075	12.60
5	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.000253	95.34
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.000321	94.08
6*	P_y	Смещение свободного торца – v , м	0.001754	0.0017627	0.50
	P_z	Смещение свободного торца – ω , м	0.005424	0.0053949	0.54

* Использование КЭ с узлами на сторонах

РАЗДЕЛ 7 ПАТОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ. ВЕРИФИКАЦИЯ ПК ЛИРА.

ТЕСТ 7.14 ОТКРЫТАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА
ПРЯМОУГОЛЬНАЯ В ПЛАНЕ И СВОБОДНО ОПЁРТАЯ
ПО КРИВОЛИНЕЙНЫМ КРОМКАМ

Исходные данные:

$R=25.0$ м – радиус серединной поверхности цилиндрической оболочки;

$L=50.0$ м – длина образующей цилиндрической оболочки;

$2\phi=2\times 40^\circ$ – центральный угол дуги;

$h = 0.25$ м – толщина оболочки;

Характеристики материала:

$E= 4.32\times 10^8$ кПа, $\mu=0.0$;

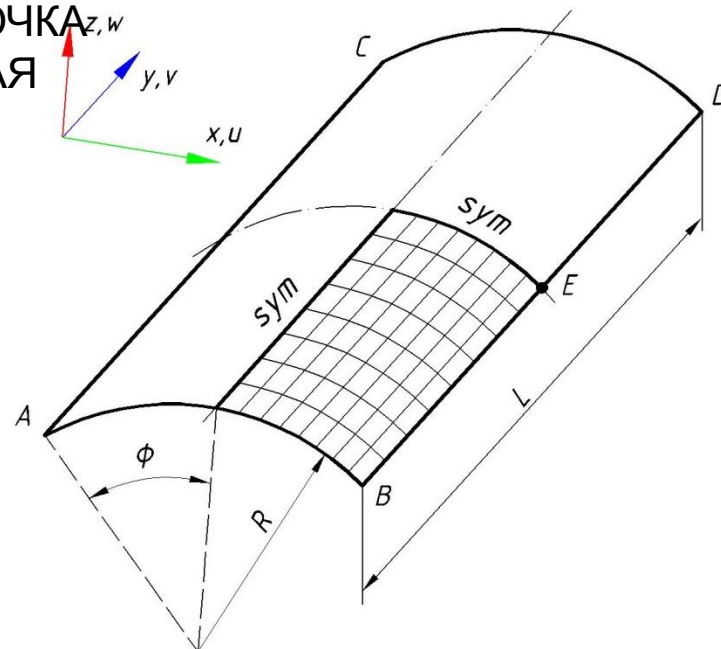
Граничные условия:

Наложение связей по условиям симметрии

По дуге; $\omega = v = 0$;

Нагрузка:

$q=90$ кН/м – равномерно распределённая сила по всей поверхности цилиндрической оболочки;



Источник: R. H. Macneal, R. L. Harder, A proposed standard set of problems to test finite element accuracy, North-Holland, Finite elements in analysis and design, 1, 1985, p. 3-20; A. C. Scordelis, K. S. Lo, Computer analysis of cylindrical shells, Journal of the American concrete institute, Title No 61-33, May 1964, p. 539-561. Design of cylindrical concrete shell roofs, New York, Manual No 31 American society of civil engineers, 1952.

ТЕСТ 7.14

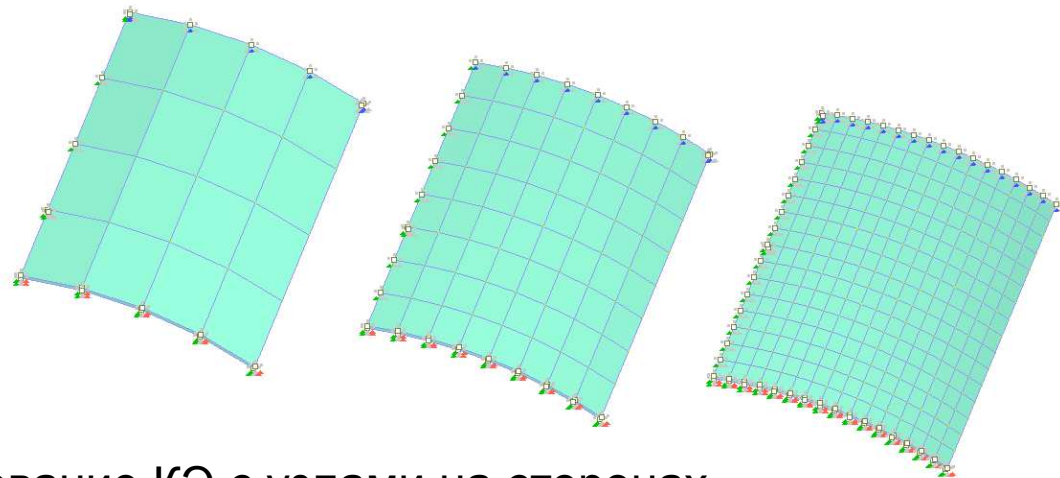
Рассматривается расчётная схема четверти цилиндрической оболочки по условиям симметрии.

Модель 1(2*): Система моделировалась трёх узловыми конечными элементами типа КЭ 42 с регулярной сеткой 4x4, 8x8, 16x16. Количество узлов – 25, 81, 289. Количество элементов – 32, 128, 512;

Модель 3(4*): Система моделировалась четырёх узловыми конечными элементами типа КЭ 44 с регулярной сеткой 4x4, 8x8, 16x16. Количество узлов – 25, 81, 289. Количество элементов – 16, 64, 256;

Модель 5(6*): Система моделировалась объёмными шести узловыми конечными элементами типа КЭ 34 с регулярной сеткой 4x4, 8x8, 16x16. Количество узлов – 20, 162, 578. Количество элементов – 32, 128, 512;

Модель 7(8*): Система моделировалась объёмными восьми узловыми конечными элементами типа КЭ 36 с регулярной сеткой 4x4, 8x8, 16x16. Количество узлов – 20, 162, 578. Количество элементов – 16, 64, 256;



* Использование КЭ с узлами на сторонах

Тест 7.14

Модель	Искомая величина, м	Теория	Результаты расчёта Лира 10.4, м			Отклонение, %		
			4x4	8x8	16x16	4x4	8x8	16x16
1	V_E	0.3086	-0.20193	-0.25820	-0.28790	34.57	16.33	6.71
*2	V_E	0.3086	-0.30457	-0.30089	-0.30058	1.31	2.50	2.60
3	V_E	0.3086	-0.27452	-0.29118	-0.29798	11.04	5.64	3.44
*4	V_E	0.3086	-0.30428	-0.30084	-0.30057	1.40	2.51	2.60
5	V_E	0.3086	-0.01380	-0.02459	-0.04429	95.53	92.03	85.65
*6	V_E	0.3086	-0.21109	-0.29569	-0.30655	-31.60	-4.18	-0.66
7	V_E	0.3086	-0.01908	-0.03763	-0.08013	-93.82	-87.81	-74.03
*8	V_E	0.3086	-0.31154	-0.30794	-0.30766	0.95	-0.21	-0.30

* Использование КЭ с узлами на сторонах

Реализация конечных элементов с узлами на сторонах в ПК ЛИРА 10.4

Евзеров И.Д.

д.т.н., науч. руководитель проекта ЛИРА 10

Колесников А.В.

технический директор «ЛИРА софт»

lira@lira-soft.com

**Москва
2015**